

MA-3111—Primer Parcial —

1. a) Halle una función generalizada K tal que $K = x^2\delta''(x)$. (7 puntos)
b) Calcule la transformada de Laplace de K . (7 puntos)
2. Resuelva el problema de Cauchy (18 puntos)

$$\begin{aligned}y''(x) + y(x) &= x \\y(0) &= 1 \\y'(0) &= 1\end{aligned}$$

donde $y(x) \in C^\infty(\mathbb{R})$, reduciéndolo al problema de funciones causales.

3. Halle la solución más general del problema (18 puntos)

$$\begin{aligned}u_u &= a^2 u_{xx} \\u(0, t) &= 0 \\u'(l, t) &= 0\end{aligned}$$

4. a) Demuestre que para todo $n = 0, 1, \dots$ (10 puntos)

$$h(t) * t^n h(t) = \frac{t^{n+1}}{n+1} h(t)$$

$$\text{donde } h(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

- b) Calcule la convolución $f * g$ donde (10 puntos)

$$f(t) = \begin{cases} 1, & t \in [-1, 3] \\ 0, & t \notin [-1, 3] \end{cases}$$

$$g(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t^3, & t \geq 0 \end{cases}$$